Tra Scienza e Arte:
le bolle di sapone

a cura di Anna Maria Gennai e
degli studenti del
Liceo Classico «A. da Pontedera»

anno scolastico 2018/2019

Progetto realizzato per le
“Giornate di Scienza 2019”
promosse da LDT.Cred Valdera

"Fate una bolla di sapone e osservatela:
potreste passare tutta la vita a studiarla"
Lord Kelvin

Lezioni, giochi e laboratori di matematica, scienze, arte, computer graphics aperti al pubblico

SABATO 13 APRILE, ORE 9.30-12.30

in via Firenze, presso la sede del Liceo Classico

- - Il trasporto ottimale e le bolle di sapone
- - La leggenda di Didone e il problema isoperimetrico
- - Catenaria, cicloide, nastro di Moebius: aspetti matematici e artistici
- - Lamine saponate e principio di minima energia
- - Bolle doppie e multiple, il problema di Steiner e il problema di Plateau
- - Le bolle di sapone nell'arte
- - L'acqua come molecola polare, tensione superficiale e capillarità.

SABATO 13 APRILE, ORE 15,00

Bolle di sapone e gocce d'acqua ,visita alla mostra
"Galileo Chini. Orizzonti d'acqua"

Ritrovo di fronte al Palp alle ore 14.45;
guiderà la prof.ssa M. Lombardi.

Per informazioni e prenotazioni: anna.m.gennai@gmail.com

Realizzato dalle classi 3a, 3b, 4a, 4b

“

In una comune bolla di sapone c’è molto di più di quanto immagini di solito chi si limita a considerarla un gioco.

Charles Boys, fisico britannico, XIX secolo

DA LEONARDO ALLE BOLLE DI SAPONE

INTRODUZIONE

A 500 anni dalla morte di Leonardo da Vinci, il Laboratorio Didattico Territoriale del Cred Valdera ha dato inizio alle Giornate di Scienza 2019 invitando lo scrittore Marco Malvaldi, per la presentazione del suo ultimo giallo «La misura dell'uomo», di cui il grande scienziato è il protagonista.
Per la partecipazione all'iniziativa, la nostra scuola ha scelto un percorso multidisciplinare sulle bolle di sapone che ha avuto inizio e fine con Leonardo, tra i primi a studiarne le caratteristiche. L'argomento si collega anche con il tema del trasporto ottimo, di recente tornato attuale grazie agli studi di Alessio Figalli, medaglia Fields 2018, e di Karen Uhlenbeck, Premio Abel 2019 e trova applicazione in numerosi ambiti scientifici che sono stati analizzati dagli studenti mediante giochi, esperimenti scientifici e tecnologie digitali.

Marco Malvaldi dà inizio alle Giornate di Scienza 2019 della Valdera

LA PRESENTAZIONE alle autorità cittadine

Gli studenti presentano il progetto ai Sindaci e alle rappresentanze delle Giunte e dei Consigli Comunali della Valdera

PRINCIPALI OBIETTIVI DEL PROGETTO

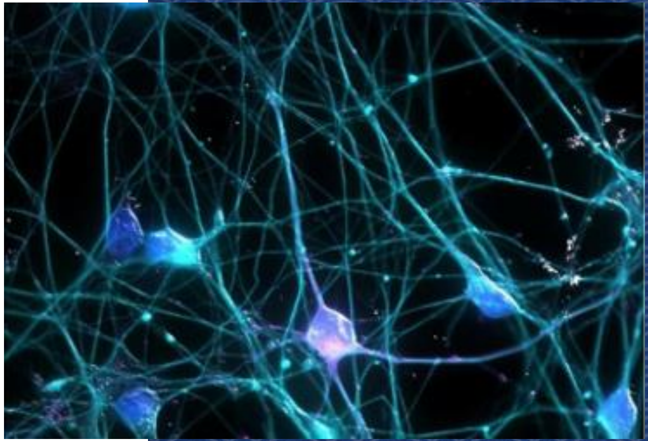
- APPRENDERE CONCETTI SCIENTIFICI ATTRAVERSO MODALITÀ DIFFERENTI DALLA LEZIONE FRONTALE, CON PARTICOLARE RIFERIMENTO A METODI DI INNOVAZIONE DIGITALE ED ESPERIENZE LABORATORIALI
- LAVORARE IN EQUIPE
- COMUNICARE IN PUBBLICO I RISULTATI DEI PROPRI STUDI

1

IL TRASPORTO OTTIMALE

Il trasporto ottimale

Il problema del trasporto ottimo, per il quale la Scuola Normale Superiore di Pisa costituisce uno dei centri di ricerca di eccellenza mondiale, fu posto per la prima volta nel 1781 dal matematico francese Gaspard Monge, amico fidato di Napoleone Bonaparte. Il matematico russo Kantorovic, che fu il primo matematico a vincere il premio Nobel per l'economia, favorì alcuni sviluppi del problema nel 1941.



Il trasporto ottimale

In questo problema si tratta di capire come una assegnata distribuzione di massa possa essere trasportata in una configurazione diversa, con il minimo costo complessivo. Questo ramo della matematica trova innumerevoli applicazioni a sistemi complessi che interessano numerosi ambiti, dalle scienze ambientali, alla medicina, alle scienze economiche. Si può pensare all'ottimizzazione di reti di trasporto, a problemi di traffico, a ottimizzazioni di forma e densità di materiali, a distribuzioni di massa per ottimizzare la resistenza di una struttura, alla finanza matematica, alla computer graphics ed ad altro ancora.

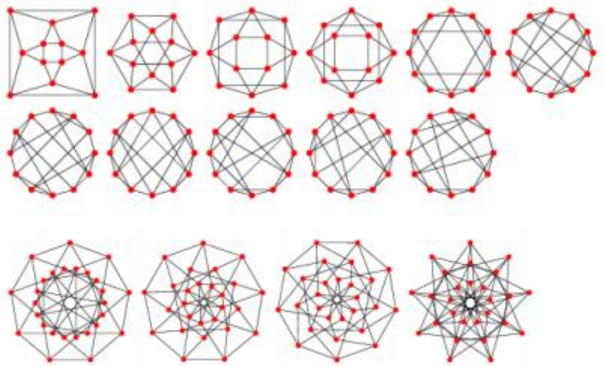
Anche le perturbazioni
atmosferiche seguono
la legge
del trasporto ottimo.

2

PROBLEMI DI OTTIMIZZAZIONE

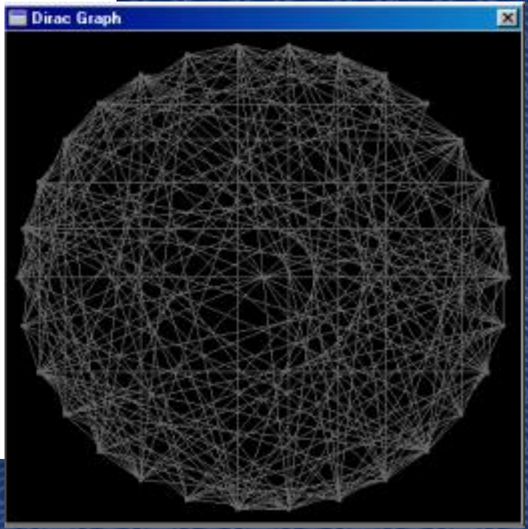
Problemi di ottimizzazione

Il problema decisionale del commesso viaggiatore è uno dei problemi classici di ottimizzazione: dato un grafo G, cioè un insieme di punti, detti nodi, e di percorsi che li uniscono, che sono detti archi, e un intero positivo k, stabilire se G contiene un ciclo hamiltoniano, cioè un ciclo che possa essere percorso toccando tutti i suoi nodi e passando una sola volta sui suoi archi, in cui la somma dei costi degli archi è minore o uguale a k. Per percorsi con un numero limitato di nodi, si può procedere anche manualmente, tenendo conto che il problema di toccare tutti i nodi passando una sola volta sugli archi ha soluzione se tutti i nodi sono di ordine pari (cioè se essi cono collegati a un numero pari di archi) o se solo due di essi sono dispari.



Problemi di ottimizzazione

Quando il grafo si complica, è chiaro che per risolvere il problema sia indispensabile il sussidio di un computer. Per quanto riguarda il trasporto ottimale, Figalli ha dimostrato l'esistenza ed unicità della soluzione, cioè l'esistenza e unicità di un percorso di costo minimo, in alcuni casi particolari. Questo non è l'unico ambito di ricerca di Figalli, i cui studi spaziano dal calcolo delle variazioni alle equazioni alle derivate parziali, dai problemi di Free Boundary alle matrici random. Uno dei più pregevoli risultati di Figalli riguarda il cosiddetto problema isoperimetrico, che consiste nel determinare, tra tutte le figure di perimetro assegnato, quella di area massima.



3

LA LEGGENDA DI DIDONE E IL PROBLEMA ISOPERIMETRICO

La leggenda di Didone e il problema isoperimetrico

Il problema isoperimetrico consiste nel determinare, tra tutte le figure di perimetro assegnato, quella di area massima. Il problema era noto fin dall'antichità. Virgilio narra infatti che Didone, per fondare Cartagine sulle coste dell'Africa settentrionale, avesse utilizzato uno stratagemma basato sul problema isoperimetrico: tagliò a striscioline la pelle che le era stata data, realizzando così una circonferenza che le permise di racchiudere la superficie di area massima. Gli studenti hanno raccontato la leggenda e illustrato alcune applicazioni del problema isoperimetrico.

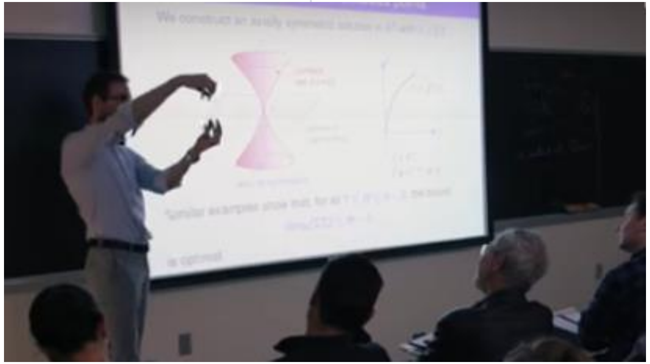
- Tra tutte le curve piane di perimetro assegnato, quella che racchiude l’area massima è il cerchio.

- Tra tutte le superfici di area assegnata, quella che racchiude il volume massimo è la sfera.

- Ma che cosa succede se, invece che appartenenti a un piano, consideriamo linee appartenenti a superfici curve?

Il problema isoperimetrico negli spazi curvi

Negli spazi curvi, come quelli previsti dalla Relatività Generale, che sono deformati dalle masse, la soluzione del problema isoperimetrico non è una sfera. Inoltre la differenza tra la superficie soluzione e la superficie sferica fornisce una misura della massa racchiusa dalla superficie stessa.



Alessio Figalli illlustra il problema isoperimetrico

3

SUPERFICI DI AREA MINIMA

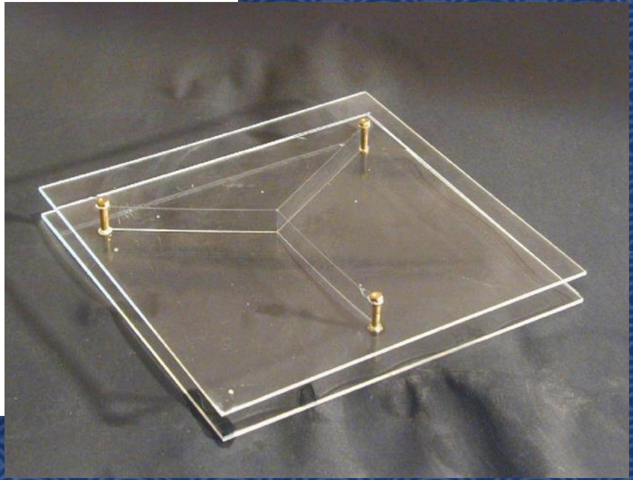
“

… se immergiamo un telaio metallico in acqua saponata, estraendolo vengono a crearsi, come d’incanto, le superfici migliori possibili per il principio di minima energia che la natura sceglie sempre.

Michele Emmer

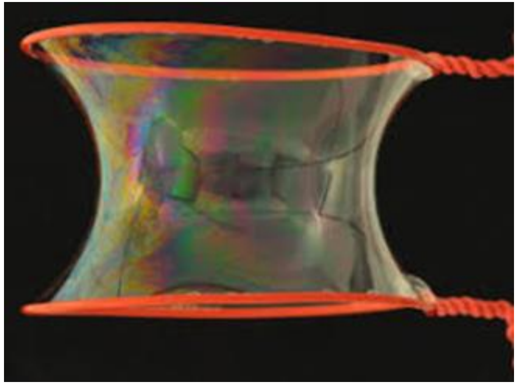
Superfici minime

Immergendo delle strutture aventi forme diverse nell’acqua saponata, è stato osservato che, una volta estratte, il fluido si disponeva in modo da realizzare la superficie di minima estensione. Anche prendendo due lastre di plexiglas e inserendo delle viti tra l’una e l’altra, si osserva che l’acqua saponata si dispone lungo il percorso più breve.



Il problema di Plateau

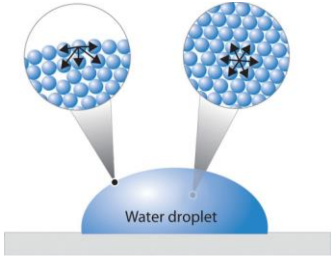
Il **problema di Plateau** consiste nel determinare se esiste una superficie di area minima che corrisponde ad un determinato bordo. Il problema, formulato inizialmente da Lagrange nel 1760, fu ampiamente studiato da Joseph Plateau esaminando le bolle di sapone,



4

FORZE DI COESIONE E TENSIONE SUPERFICIALE

PERCHÈ SI FORMANO LE BOLLE DI SAPONE



Tensione superficiale

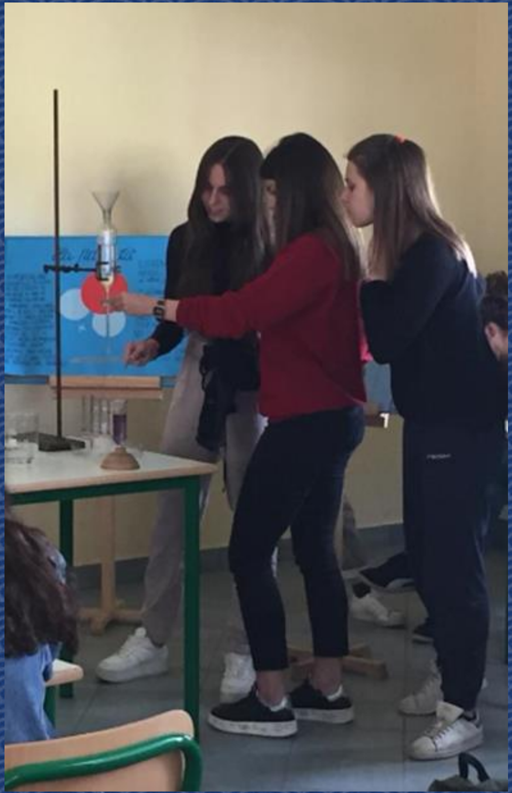
Le forze attrattive intermolecolari all'interno del fluido sono dirette in ogni direzione, mentre sulle molecole in superficie la risultante delle forze non è nulla e le molecole tendono a compattarsi dando luogo ad una sorta di pellicola.

Tensioattivi

Riducono la tensione superficiale. Il borotalco galleggia in acqua, va a fondo in acqua e sapone.

Bolle di sapone

Poiché con un tensioattivo si riduce la tensione superficiale, le forze in gioco sono minori e le bolle durano più a lungo.

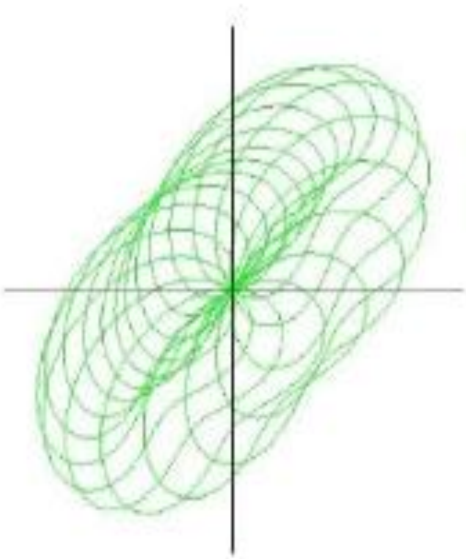


TENSIOATTIVI E TENSIONE SUPERFICIALE

FORZE DI ADESIONE, COESIONE, CAPILLARITÀ

A causa della tensione superficiale, un cappio realizzato con un cordoncino, collegato a un filo di ferro immerso in acqua saponata, si dispone in modo da formare un cerchio perfetto. Questo avviene perché la lamina saponata tende ad occupare la superficie di area minima, nonché la configurazione di minima energia.

5 ASPETTI MATEMATICI E ARTISTICI



Esistono molte curve matematiche, oltre a quelle comunemente studiate sui banchi scolastici, che offrono interessanti spunti artistici. Ne abbiamo esaminate alcune, con le loro proprietà e le loro applicazioni nell'architettura e nell'arte.

ASPETTI MATEMATICI E ARTISTICI

Catenaria

Nastro di Moebius

Cicloide

Siamo rimasti in ambito artistico per illustrare alcune opere con le bolle di sapone

ÈDUARD MANET *"LES BULLES DE SAVON"*

6

DA LEONARDO A LEONARDO

DA LEONARDO A LEONARDO

LEONARDO → **................** → **LEONARDO**

Il nostro percorso è iniziato con Leonardo da Vinci. Lo abbiamo anche concluso con Leonardo.

Infatti i suoi studi sulle bolle di sapone erano collegati anche all’analisi della forma più generale di una goccia d’acqua.

Il nostro percorso è terminato quindi con la visita alla mostra di Galileo Chini, *Orizzonti d’acqua*, allestita presso il PALP di Pontedera. La visita è stata introdotta dagli studenti.

Visita alla mostra di Galileo Chini allestita al PALP di Pontedera

THANKS!

CREDITS

Special thanks to all the people who made and released these awesome resources for free:

- Presentation template by [SlidesCarnival]

http://mathworld.wolfram.com/CuboctahedralGraph.html
http://studiomatematica.it
http://www.dharwadker.org/hamilton/
http://www.science.unitn.it/~lrm3d2/SITOBOLLE/attivita.htm
https://webmagazine.unitn.it/ricerca/58721/da-didone-ai-flussi-per-curvatura
https://lucatrevisan.wordpress.com/2018/08/03/alessio-figalli-explains-the-isoperimetric-problem/