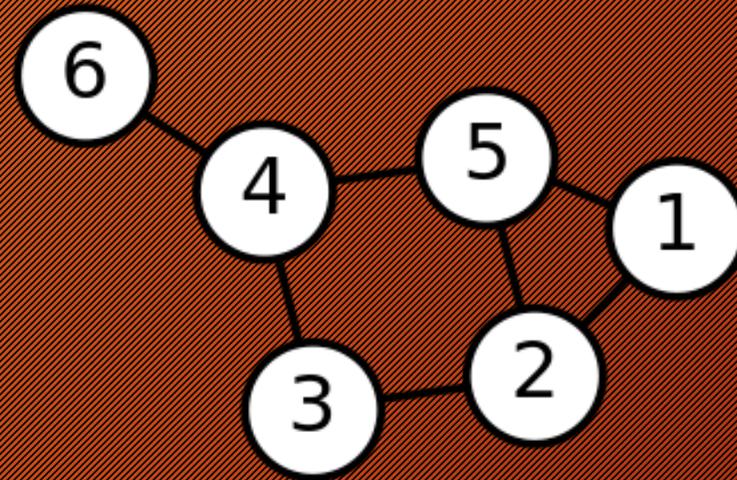


Dalla Teoria dei Grafi alla Musica

A cura di Laura Frosini e Rachele Paolinelli

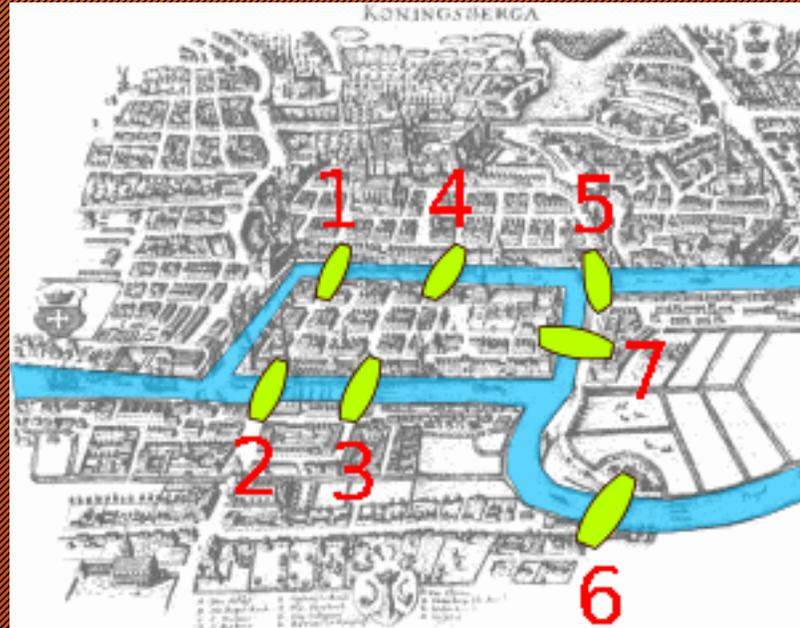
In matematica, in informatica e, più in particolare, in geometria combinatoria, la teoria dei grafi si occupa di studiare i grafi, cioè oggetti che permettono di schematizzare una grande varietà di situazioni e di processi e di consentirne delle analisi in termini quantitativi e algoritmici (cioè un procedimento che risolve un determinato problema attraverso un numero finito di passi elementari)



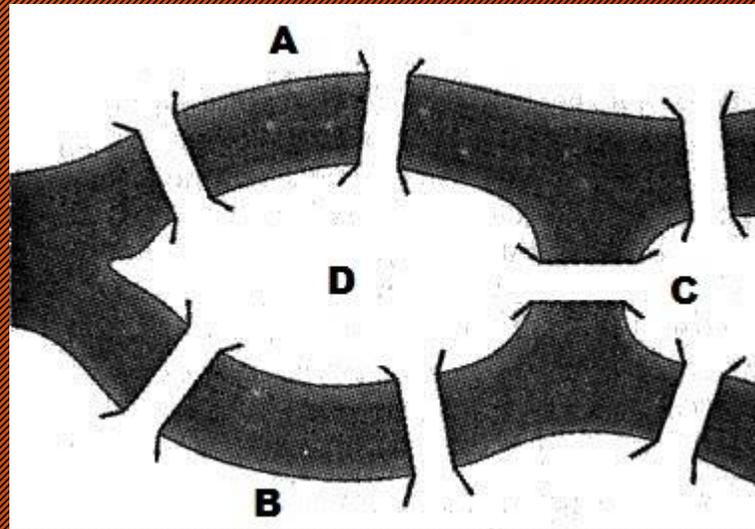
Il matematico e fisico che introdusse questa teoria fu Leonhard Euler (nato a Basilea nel 1707)



Nel 1736 Eulero prende per la prima volta in considerazione i grafi come entità matematiche, per risolvere il problema sui 'Sette ponti di Königsberg'

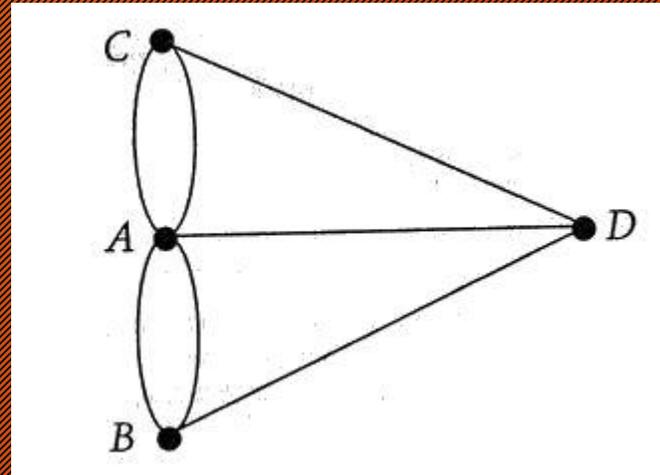


La città prussiana di Königsberg si erge sulle sponde del fiume Prugel e presenta due estese isole che sono connesse tra di loro e con le aree principali della città stessa, da sette ponti
QUESITO: è possibile, con una passeggiata, seguire un percorso che attraversa ogni ponte una e una sola volta e tornare al punto di partenza?



Eulero, quindi, concluse che è possibile fare un viaggio completo, attraversando i ponti una sola volta, se tutte le parti di terra hanno un numero pari di ponti o se ci sono esattamente due parti di terra che hanno un numero dispari di ponti.

Nel caso di Königsberg è impossibile compiere questo tipo di viaggio perché le quattro parti di terra sono collegate a un numero dispari di ponti.



La teoria dei grafi trova applicazione in dilemmi vari come:



Il gioco
dell'icosaedro



Il problema del
commesso
viaggiatore



Il problema del
postino cinese

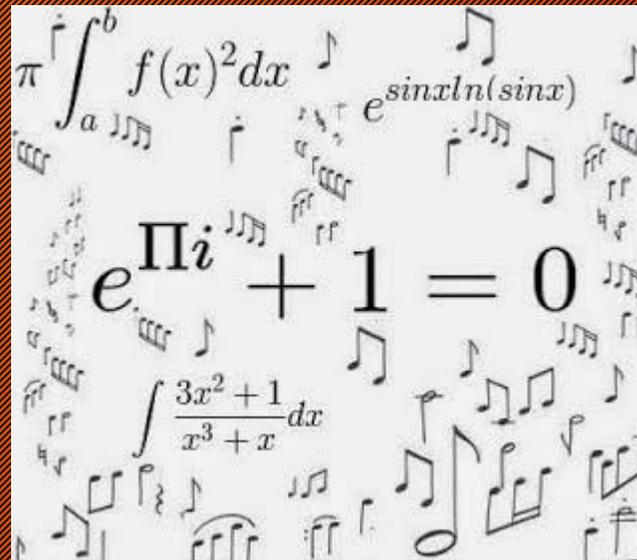
Ma la matematica e la musica hanno qualcosa in comune?



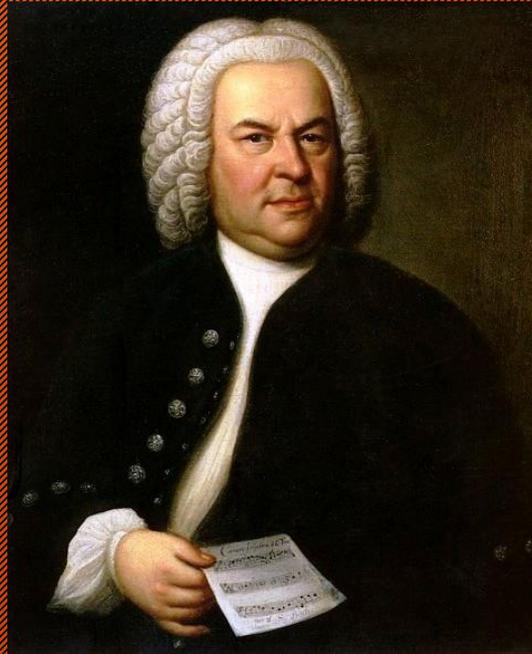
«Il segreto dell'armonia sta nel magico potere dei numeri»

La musica e la matematica sono unite da forti legami, che gli stessi musicisti e matematici hanno cercato, negli anni, di mettere in risalto.

La matematica e la musica, ad esempio, si caratterizzano entrambe per l'universalità del linguaggio in cui esse si esprimono; infatti i numeri e le note possono essere compresi da tutti, indipendentemente dalla lingua parlata.



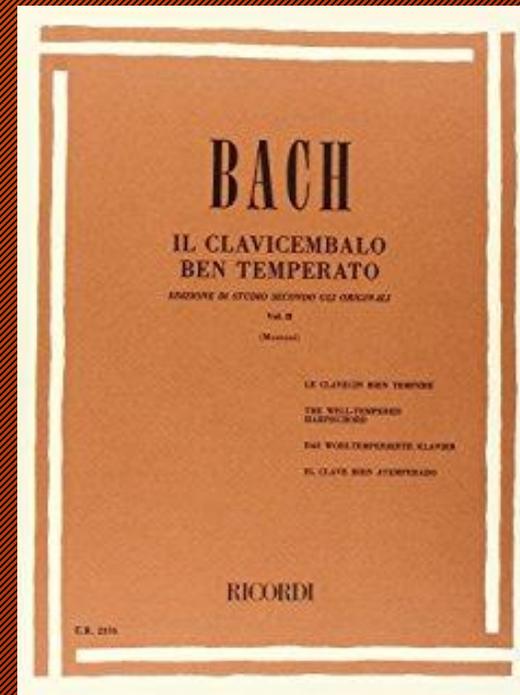
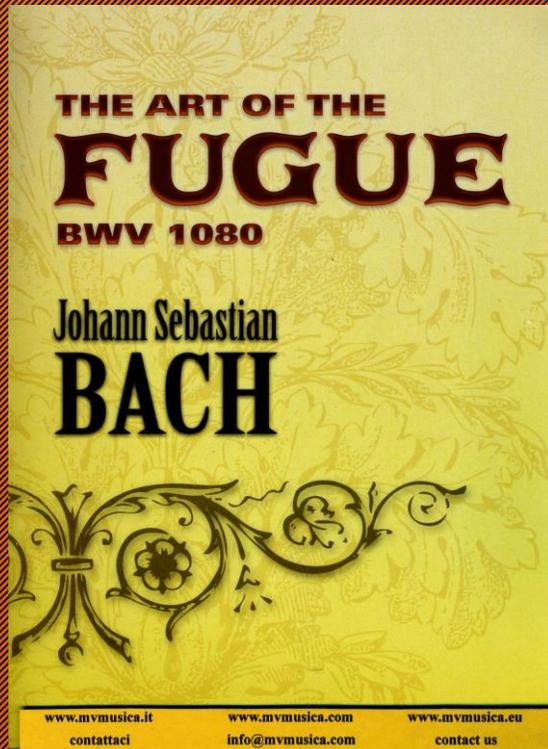
Del diciottesimo secolo oltre a Eulero, ricordiamo anche il famoso musicista e compositore Johann Sebastian Bach (1685-1750)



Bach è divenuto famoso grazie anche alla tecnica del contrappunto, che riteneva fosse basata su principi logico- matematici. L'artista sperimentò nelle sue opere anche la simbologia cabalistica, grazie alla quale ritroviamo uniti suoni e numeri in un semplice pentagramma.

Ad esempio alla fine dell'ultima fuga pose un movimento, le cui note, secondo la simbologia cabalistica, formavano il nome BACH.

B= si bemolle; A=la; C=do; H=si naturale



Ti seguito citeremo solo alcuni aspetti della musica che presentano un base matematica:

Basso continuo: è un sistema di scrittura-lettura della musica adatto per ogni tipo di genere musicale.

Intervallo musicale: indica la distanza fra due suoni, ovvero la differenza di altezza fra due suoni, cioè un rapporto numerico.

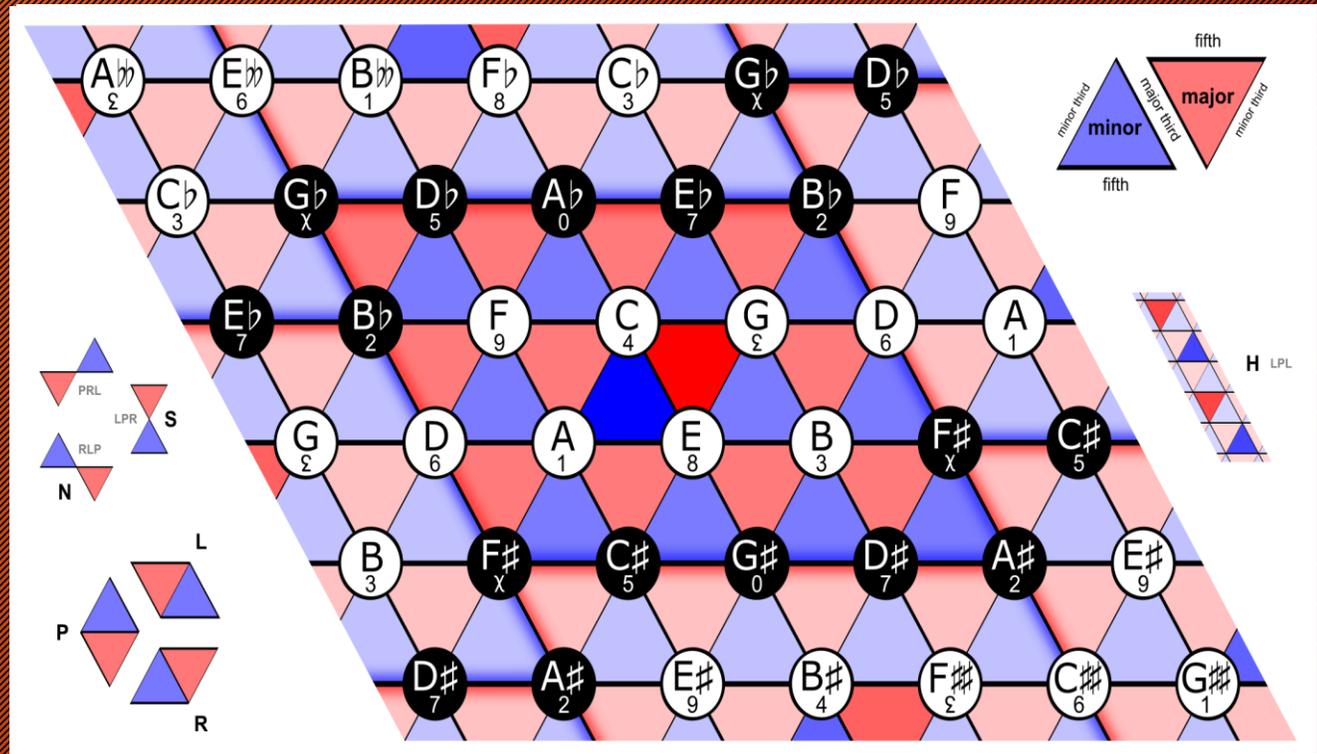
Scala musicale: è un successione ordinata di suoni di grado congiunto compresi in un intervallo di ottava.

Scala musicale di Stevino: basata sulla divisione dell'ottava in dodici semitoni uguali.

Ciclo delle quinte: è un grafico che permette di identificare tutte le tonalità musicali e riconoscere le alterazioni di ognuna di esse, mostra quindi le relazioni tra le dodici note della scala cromatica.

Il grafo di Tonnetz è molto utile per la rappresentazione di relazioni tra altezze. La sua formazione la si può attribuire ad Eulero, con il suo “Tentamen novae theoriae musicae ex centissimis harmoniae principiis”(1739), in cui si discuteva sul concetto di consonanza ispirandosi al Tonnetz di Eulero. Nel 1880 Hugo Riemann riprese il Tonnetz per creare un sistema che potesse collegare accordi di tre note.

Per costruire il Tonnetz dobbiamo disegnare un grafo di dodici vertici, dove ogni vertice rappresenta una classe di altezze, cioè l'insieme di tutti i suoni che hanno lo stesso nome, ma altezze diverse.



Il teorico americano della musica Lewin ha sostenuto che la musica di Bach, contemporaneo di Eulero, può essere ricostruita con un Tonnetz. Questo spiega quindi che con il Tonnetz stesso si possono spiegare gli aspetti geometrici presenti nelle composizioni di Bach.

